

あちがく大好きさ

2019年度12号



出会いと語り合いも授業の目的

「すうがく通信」しばらくぶりでの発行になりました。2学期もよろしくお願いいたします。さて、夏休み明けは新しいクラスでスタートしました。

様々なクラスメイトと対話をし、相手の良いところを認め合うのも授業の目的の一つであることを改めて力説しながら班編成をしました。



班は「しもまっち」「しもまにこふ」「しもまーや」「しもまちこ」「しもまてい」。授業冒頭にカードを引いて25人を5班に分けます。頻りにメンバーを変えながらみんなが安心して楽しい気持ちになればと思っています。



連立方程式のルーツ?

『勘者御伽双紙』(かんじゃおとぎそうし)という書があります。中根彦循(なかねげんじゅん 1701~61)という人が書いた江戸時代の代表的なパズルの文献なのだそうです。

その中に連立方程式のルーツともいえるべき「さっさ立て算」の話があります。連立方程式の授業の導入では、この「さっさ立て算」を皆にやってもらいましたね。

ちょっと思い出しておきましょう。こんなカンジで進めました。

- ①グループに何個かのフェルトボールを配る。
- ②フェルトボールが全部で何個あるかグループのみんなを確認する。
- ③「さっさ係」を1人決める。
- ④「さっさ係」の人は、誰にも見えないように、フェルトボールを2個か1個とり分けていく。
- ⑤取り分ける時「さあ〜」と声をかける。
- ⑥他の人は、「さあ〜」の声の回数を聞いて、2個取り分けた回数と1個取り分けた回数がかつた回数を求める。

例えば、次の図のように、20個のフェルトボールを、8回だけ2個取り分け、4回だけ1個を取り分けたとします。このとき、「さあ〜」の掛け声は12回ですね。



ではこれを連立方程式で表してみましよう。2個取り分けた回数を x 、1個取り分けた回数を y とすると、「さあ〜」の掛け声の回数から、

$$x + y = 12 \dots ①$$

また、フェルトボールの個数は全部で20個だったから、

$$2x + y = 20 \dots ② \text{ ですね。}$$

連立方程式の問題になりました。

加減法によって、②-①とすると、 $x = 8, y = 4$ が得られますね。

連立方程式のルーツは「ツルカメ算」と言われます。これは、中国の南北朝時代の算書『孫子算経』(そんしさんけい)に書かれているものです。それが、ときを越え、内容が日本に伝わり、江戸時代にツルとカメに置き換えられて、ツルカメ算と呼ばれるようになったそうです。

「ツルカメ算」は有名ですが、「さっさ立て算」もなかなかユニークで面白いですね。

皆さんもこのように方程式を解く面白い方法を考えてみてくださいね。



みんなの振り返りシートから

今日は先生が6時間目の時に言っていた25人の中から5人のグループを作るのに、 ${}_n C_r$ を使って、 ${}_{25} C_5$ にして計算した。数学の知識を日常的に使えると嬉しいです。(A・O)

今日は新しい班の人たちと楽しく授業を進めることができとても良かったです。連立方程式の復習も完璧！今日習った最小公倍数でそろえるということもきちんと理解することができたので良かったです。家庭学習できちんとたくさん復習したいです。久しぶりの下町先生の授業は楽しかったです！(O・K)

今日は心理テストのようなものが2つ紹介された。バイオリズムの方は、三角関数などを使って、身体、感情、知性を波で表していた。詳しく表されていて分かりやすかった。また、新しい連立方程式も練習した。正答率が高くなるようにしたい。(K・S)

どんどん新しい解き方や問題に慣れることができました。xとyの数字が「ピタッ」とはまるのがとても楽しかったし気持ちが良かったです。(K・N)

連立方程式オマケの話

加減法が上手くいかないヘンな連立方程式

はるとくん：連立方程式は x が y の係数をそろえればいんだよね。

かのんさん：そうね。例えば、

$$\begin{cases} 3x + 2y = 11 \dots ① \\ 2x + 7y = 13 \dots ② \end{cases} \text{ だったら} \dots$$

はるとくん：もし x の方を消したかったら、①×2、②×3として引き算すればいいし、 y の方を消したかったら①×7-②×2とすればいいね。

かのんさん：最小公倍数でそろえるということね。

しもまっち：では諸君、このもんだいをやってみるのじゃ！

どうじゃ
できるか



問題1 $\begin{cases} 2019x + 2020y = 2018 \dots ① \\ 2020x + 2019y = 2021 \dots ② \end{cases}$

はるとくん：ひゃあ！これは計算がタイヘンだ。

かのんさん： x を消すためには、①×2020-②×2019 としなければいけないわ。

はるとくん：うーん。どうしよう。でも係数をよく見ると特徴があるよね。

かのんさん：試しに普通に①+②としてみよう。4039x + 4039y = 4039 あれ、全部同じ数になった～。

はるとくん：両辺を 4039 で割れば、 $x + y = 1$ 簡単になった。じゃあ今度は②-①をやってみよう。

かのんさん：②-①とすると、 $x - y = 3$ なるほどこれも簡単な式になったわね。

はるとくん：この2つの式だったらすぐできるね。 $x = 2, y = -1$ だね。

しもまっち：うむ。さすがじゃのう。ではこの問題はどうか



問題2 $\begin{cases} 1357x + 4342y = 5699 \dots ① \\ 4321x + 2568y = 6889 \dots ② \end{cases}$

かのんさん：この問題もまともにやったらタイヘン！

はるとくん：何かウラがありそうだ。

かのんさん：きっと係数に秘密があるのよ。

はるとくん：ちょっと待てよ。1357 と 4342 を足すと 5699 になるぞ。

かのんさん：ほんとだ！4321+2568=6889 にもなってる！つまり $x = 1, y = 1$ だ！

しもまっち：うーん。やられた。



旅人算と濃度算は同じなのだ！



上に3つの図があります。一番左の図はみんな知っていますね。「み・は・じ」の図です。

この図はとても便利です。「道のり」を求めたいときは、それを手で隠すと、速さ×時間となり、「速さ」を求めたいときは、それを手で隠すと、道のり/時間が浮かび上がります。

「み・は・じ」の図は、上の残りの2つの図のように応用することができます。多くの連立方程式は、このようにまとめることができるのです。

さて、これらの図はどれも皆、赤、緑、黄色の3つの部屋に分かれていますね。

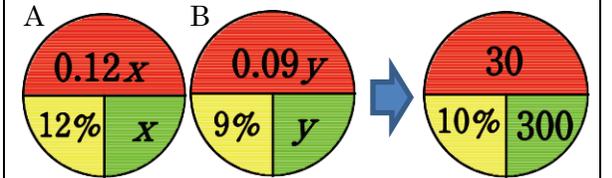
ここで、赤、緑の部屋と黄色の部屋の違いは何だったか思い出しておきましょう。

赤と緑のところは「足し算や引き算をすることに意味がある」量ですが、黄色の部分は「足し算引き算が意味をなさない」ことがわかりますね。10%の濃度と20%の濃度を足して30%とするのは意味がないですよ。

このように、足し算が意味をなす量を「外延量」といい、2つの外延量の比で表され、足し算が意味をなさない量のことを「内包量」といいます。連立方程式に関する文章問題を解くポイントは、赤と緑の所にある2つの外延量から、それぞれ式を作っていけばよいということです。では、この図を使って具体的に問題を解いてみましょう。

12%の食塩水Aと9%の食塩水Bを混ぜ合わせて、10%の食塩水を300g作りたい。食塩水は、それぞれ何gずつ混ぜ合わせればよいか。

問題文から次のような3つの図が作れます。



赤の部屋から式を作ると

$$0.12x + 0.09y = 30$$

両辺を100倍して

$$12x + 9y = 3000 \dots ①$$

緑の部屋から式を作ると

$$x + y = 300 \dots ②$$

①-②×9 から

$$3x = 300 \text{ よって } x = 100$$

②から $y = 200$

これは問題に適します。答 Aは100g Bは200g

しもまっちのじいじ日記

9月8日、9日と三重県の数学部会に呼ばれて出かけてきました。予定では、8日には三重県内の数学オリンピックを目指す高校生に対しての授業、9日は、高校の数学の先生方への講演を行うことになっていました。

ところが、台風の接近ということで、急遽高校生への授業が中止になってしまいました。

うーん残念。どんな生徒たちなのか、出会いを楽しみにしていたのに…。

でも、先生方への講演は午前午後と5時間近くにわたりたっぷり行いました。

久しぶりに超難関大レベルの数学の解説を行いました。東大や数学オリンピックの問題を解くことと同じくらい、中学校で数学を指導するのは難しいと思う今日この頃であります。

