発行年月日 2019 年　１０月３０日（水）　第１４号　　　　発行者　盛岡中央高校附属中学校　数学科　下町壽男

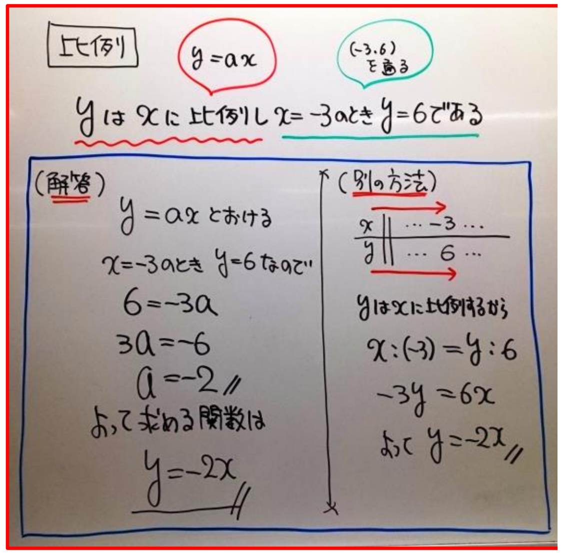
あっがく大好きさ

２０１９年度 14 号

「比例と反比例」　比例定数を求める２つの方法

比例を表す式は、$y=ax$ でした。このとき、a の値を「比例定数」といいましたね。

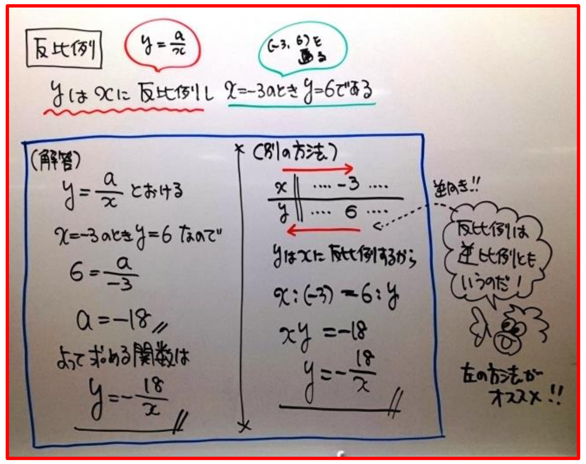
比例定数の求め方として次のような２つの方法を授業で示しました。このことを思い出しておきましょう。



まず、「$x=-3$ のとき $y=6$ である」という部分を、比例定数を決定するための条件といいました。授業ではちょっとカッコよく「境界条件」という言葉も使いましたね。上図の左側の解答は一般的なものです。一方、右側は「比例」の操作によって自動的に x,y の関係式を導くというものです。

x と-3、y と６を「同じ方向に（正しく）」比をとるという「自然な考え方」によって式が導かれます。

今度は、反比例について考えてみましょう。反比例を表す式は、$y=\frac{a}{x}$ でしたね。ここで、a の値は、比例のときと同様「比例定数」といいました。



図の左の方法が通常の求め方です。一方、右は、「比例」の操作によって式を導くのですが、先ほどの問題と違うのは、x と-3、y と６を「逆の方向に」比をとるということです。

因みに、反比例を「逆比例」ということもあります。すると、反比例の問題も比の操作で自然に考えていくことができるのではないでしょうか。左の方法は「方程式を立て、条件から未知数を求める」という、数学の問題解決における基本的な考え方なので、しっかり押えておきたいですね。右の方法は「意味」を重視したもので、これも併せて頭に入れておくと、より数学が楽しくなると思いますよ。

変化の割合を「見る」

関数とは、ともなって変わる2つの量 x,y があって、x の値に対して、y の値がただ一つに対応するという規則のことでしたね。

ポイントは先に x の値が決まって、それに従属して y の値が決まるということですね。ここで、x の値がずうっと「連続的に」変化していくと、y の値もずうっと「連続的に」変化していくので、その変化の様子を座標平面上の「グラフ」で表すことができました。

また、x の値の増加量に対する、y の値の増加量を「変化の割合」といいました。

つまり、変化の割合とは

$$変化の割合=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

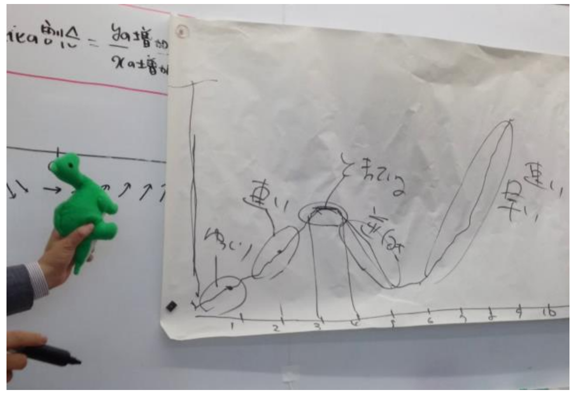
という式で表される量のことで、これはグラフでいうと、２つの点を結んだ直線の傾きを表すものでしたね。ちなみに、１次関数 $y=ax+b$ においては、直線の傾きである a が変化の割合を表しています。

先日の授業では、変化の割合が一定ではないケースについて簡単な演示実験を行いました。それについてちょっと記しておきましょう。

左下写真は、y 軸上を運動するザウルス君の様子です。しっぽにペンをつけているので、動いた跡がわかるようになっています。

しかし、ペンの跡はただの線分なので、一番高いところ（最大値）と一番低いところ（最小値）の範囲を動いたことしかわかりません。

そこで、下に敷いている模造紙を１秒間に10cm の割合で右から左に動かしていきます。すると、次の写真の様に「グラフ」ができあがっていきますね。



できあがったグラフを見ると、時間とともにザウルス君がどんな運動をしているかがわかりますね。

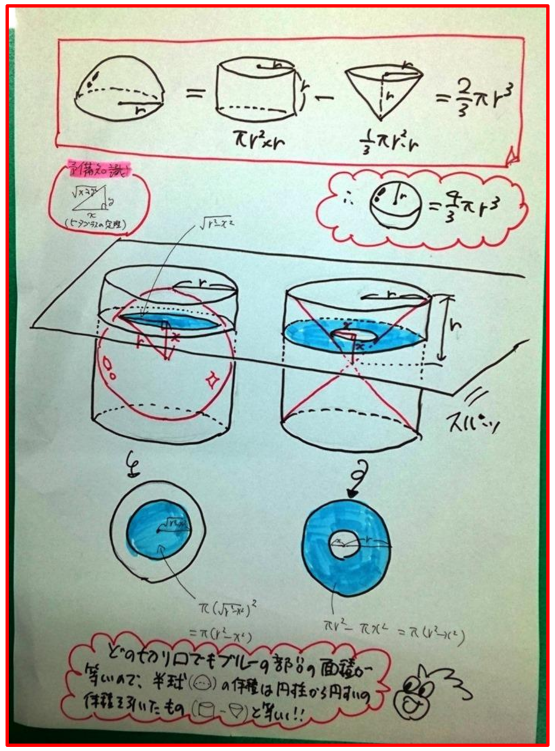
例えば、グラフが「右上がり」のときはザウルス君は上に向かっているし、「右下がり」のときは下に動いています。グラフが「平ら」なときはザウルス君は止っています。そして、傾きが急な時はスピードを出していることもわかります。このようにグラフの傾き具合から関数の性質を調べていくことを「微分」といいます。授業ではそのことにも少し触れましたね。

発行年月日 2019 年　10月30日　第14号　　発行者　盛岡中央高校附属中学校　数学科　下町壽男

アルキメデスに迫る！

ある日の数学の時間が終わった時、A 君と K 君から、球の体積の求め方について尋ねられました。A 君のノートを見ると、アルキメデスの墓石に書かれている、円柱に球が内接する図が上手に描かれていました。

アルキメデスはこの図から、球の体積は円柱の体積の 2/3 であること、球の表面積も円柱の表面積の 2/3 であることを突き止めました。このことを、中学 1 年生の段階でもわかるように、何とか答えようと、取り急ぎ絵を描いてみました。どうしても三平方の定理は使わなければならないことや、説明も短い時間だったので、伝わらなかったかもしれませんが、あとでゆっくり見て何か気づいてくれれば嬉しいですね。2 人のその知的好奇心素晴らしいですね。大事にして欲しいと思います。



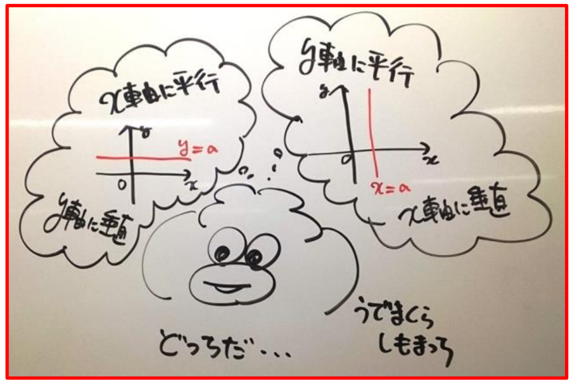
軸に平行（垂直）な直線

1 次関数 $y=ax+b$ は直線を表す方程式でしたね。この式で、$a=0$ とすると、$y=b$ という式になりますが、これは傾きがゼロなので、x 軸に平行で、高さがいつでも b であるような直線を表していました。

では、y 軸に平行な直線はどのように書けたでしょうか。これは傾きが「ない」直線なので、$y=ax+b$ の形では表せませんね。

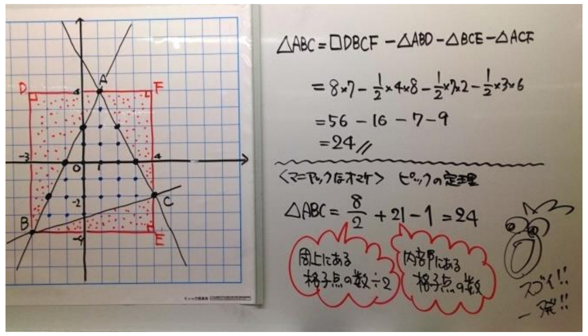
x の値がつねに一定なので、$x=$（一定）という形で表されるのでした。

x 軸に平行（y 軸に垂直）、y 軸に平行（x 軸に垂直）、こんがらないようにしておきましょうね。



君は「ピックの定理」を知ってるか

先日、オマケの話題で取り上げた「ピックの定理」。もちろん覚える必要はないですよ。



みんなのコメントから

今日はいろいろな問題を解いて力をつけることができたのでよかったです。ベクトルと関連づけてできるのかなと思いました。$y=a(x-b)$ などの関数はあるのですか？（N 君）

今日は練習 7 まで完全にミスなく終えることができた。ピックの定理は凄いと思うので、家で調べてみたいです。（K 君）

今日は 1 次関数を利用した問題を勉強した。水槽の問題では、これまでに勉強したものがほとんど含まれていて結構難しかった。図形の問題も、解くまでの順序が結構あったので、時間がかかった。家で勉強してすらすらできるようになるまで頑張りたい。（K 君）

今日は 1 次関数の文章題を学習しました。私は、速さや距離の問題が苦手なので、そこは難しかったけれど、点 P が動いたときの面積を求めるのは少し楽しかったです。（F さん）

■ベクトルと関連づけるなんてスゴイ！直線は、ベクトルは出発点と方向が決まればよいので、直線の方程式につながります。しかも平面、空間など次元を問いません。
$y=a(x-b)$ は傾きが a で $(b,0)$ を通るような直線です。
■ピックの定理はーストリアの数学者ジョージ・アレキサンダー・ピックによって示されたものです。いつかその証明もわかるといいですね。
■1 つの問題の中にこれまで学んだ内容が含まれているのを見抜けるのは素晴らしいですね！
■楽しい気持ちを持っていると、自然に数学が得意になってくると思いますよ！

しもまっちのじいじ日記

もう 30 年近く前に、子どもに買っていたレゴブロックを捨てずに小屋の奥にしまっていました。それを出して、もうじき 4 歳になるマゴに見せたところ、バッチリとアジャストし、マイ・ディズニーランドづくりがブームになりました。朝作って、夕方またシャカシャカ続きに没頭し、私が家に帰るたびにどんどん増殖し、終わりがないようです。完成することより、きっと、作り続けることに意味があるんですね。皆さんは「サグラダ・ファミリア」って知っていますか。スペインの建築家ガウディが造りだした教会で、バルセロナ市のシンボルとしてとても有名です。終わりなき未完作品であり、現在 9 代目設計責任者のジョルディ・ファウリは、ガウディの没後 100 年にあたる 2026 年に完成予定と発表しているようです。「マゴロゴ」を見ながらサグラダ・ファミリアを連想してしまいました。