

あちがく大好きさ

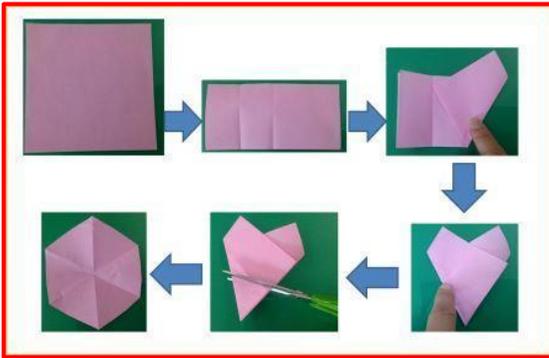
2020年度17号



空間図形の授業アラカルト

■ 正多面体とオイラー-票数

「正多面体」を扱った授業を振り返ってみたいと思います。最初にアイスブレイクとして折り紙で正六角形を作る活動を行いました。



すると、Tさんから写真の様なステキなレースをいただきました。スゴイ！これも数学！



さて、授業では検定版教科書の巻末にある5種類の正多面体の展開図から立体を作る活動を行いました。



正多面体とはすべての頂点に同じ数の正多角形が集まってできているへこみのない立体のこと。上写真のように、正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体、正二十面体の5種類しか存在しません(ちなみに覚え方は「ヨーロッパじゅうに20個しかない」)。



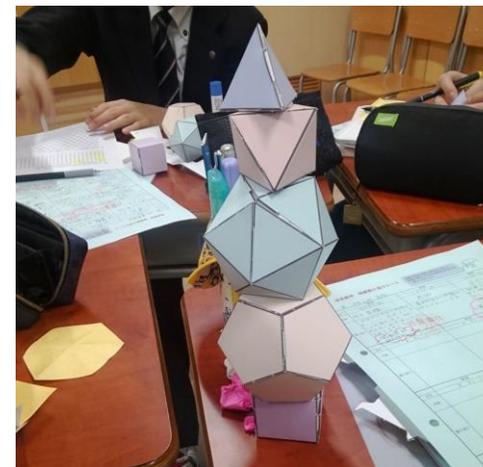
皆には作成した立体を見ながら、頂点、面、辺の関係を調べることと、正四六八面体の展開図を描きだすワークを行っていただきました。

因みに、正四面体の展開図は2種類しかないのですが、正六面体、正八面体は11種類もあります。これらを一人で全部見つけるのは大変ですが、クラスの叢智を結集すれば解決できますね。

		四	六	八	十二	二十
v 頂点		4	8	6	20	12
f 面		4	6	8	12	20
e 辺		6	12	12	30	30
v+f-e		2	2	2	2	2

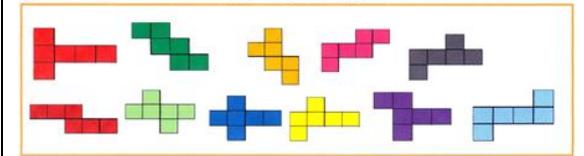
全部2

上の表は5つの正多面体それぞれの頂点、面、辺の数です。このときどの多面体も必ず、**頂点の数+面の数-辺の数=2**となっていることがわかりましたね。



かなりの班で11種類の正六面体の展開図を求めてくれました。

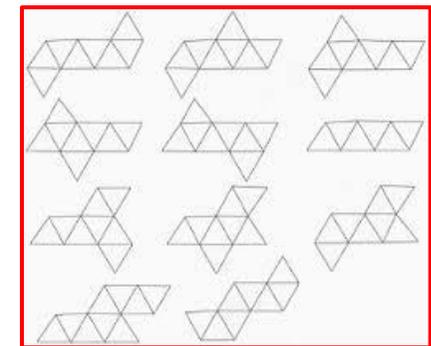
正六面体の展開図



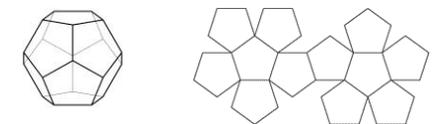
また、何人かが、11種類の正八面体の展開図を見つけてくれました。

因みに、正12面体と正20面体の展開図は43380種類あることが知られています。

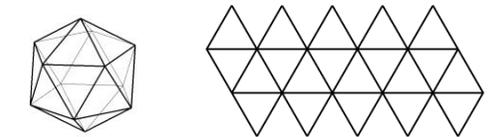
【正8面体の11種類の展開図】



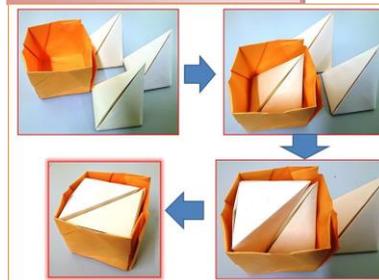
【正20面体の展開図の一例】



【正20面体の展開図の一例】



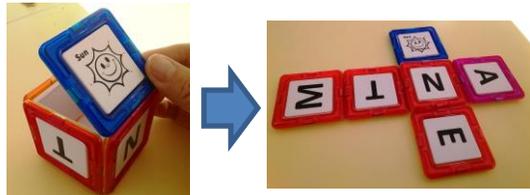
しもまちのいい日記



ある日の授業で、錐体の体積が、同じ底面と高さを持つ柱体の体積の1/3であることを説明しました。だいぶ以前、私が八戸に派遣教員として勤務していたとき、同僚の数学科の若い先生(女性!)から写真の様な折り紙の作品をいただきました。3つの合同な錐体がピッタリ立方体に収まりますね。つまり錐体3個分で柱体1個の体積になることがイメージできます。実はこの3つの錐体の中にチョコが入っているんです。これバレンタインデーにいただいたのですよ～。もったいなくて未だに開けていないので、中のチョコが今どうなっているのでしょうか。おそろしや。

正6面体で遊ぶ①～展開図～

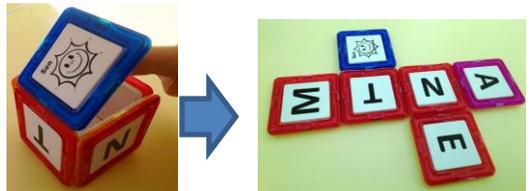
正6面体を、下図A-①のように青ワクの面をはずして展開すると、例えば図A-②のような展開図ができあがります。



図A-①

図A-②

次に、図B-①のように、青ワク面をTの面をつなげる形で展開すると、図B-②のような展開図になります。



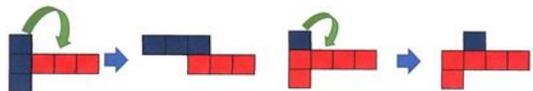
図B-①

図B-②

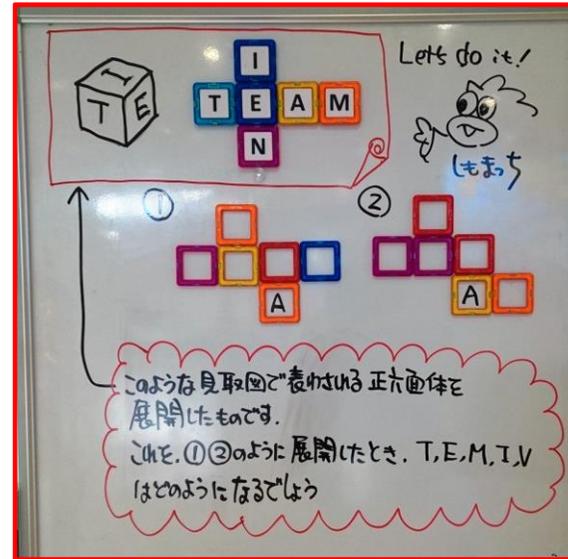
ここで、図A-②と図B-②を見ると、青ワクの面が90度回転した形になっていることがわかりますね。

つまり、正6面体の展開図において「90度回転させる」という操作によって別の展開図に変化させることができるということがわかります。

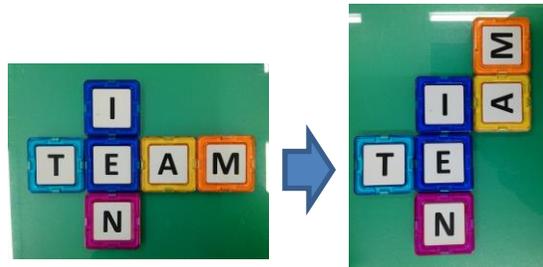
また、下図(左)のように、いくつかの面を丸ごと90度回転することもできます。もちろん、できるのは上下左右の90度回転だけ。180度回転するのはだめですよ。



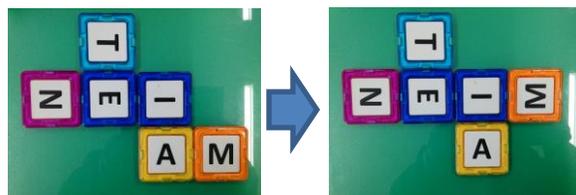
このことを踏まえて、授業では次のような課題を提示しました。



元の展開図のA Mの面を同時に上側に90度回転させましょう。



すると問題の②の展開図になりましたね。今度はこれのMの面を上側に90度回転させましょう。

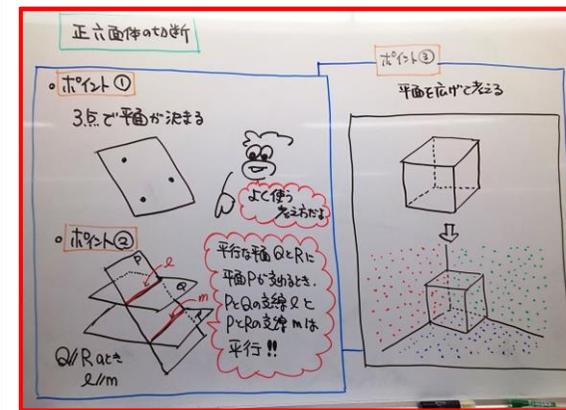


この展開図の問題は結構難しいのですが、「90度回転法則」を知っていれば、ちょっと頭の中で図を動かしてみることで、すいすいと解くことができますね！

正6面体で遊ぶ②～切断面～

立方体（正6面体）をある平面で切断する問題について考えてみました。立方体は切り方によって、三角形、四角形、五角形、六角形が現れましたね。

立方体の切断問題については、3つのポイントをお話ししました。



上の板書の写真で説明しましょう。

① 3点で平面が決まる

一直線上にない異なる3点（三角形ができるような点）があれば平面がただ1つ決まります。この三角形を広げていくことで、切断面をイメージしていきます。

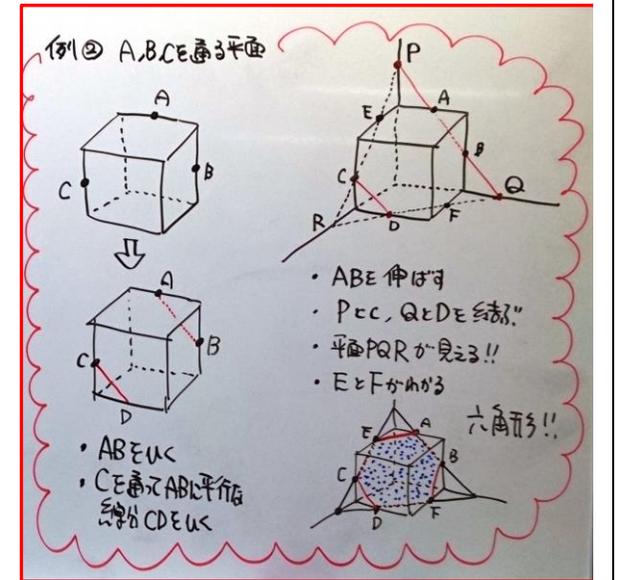
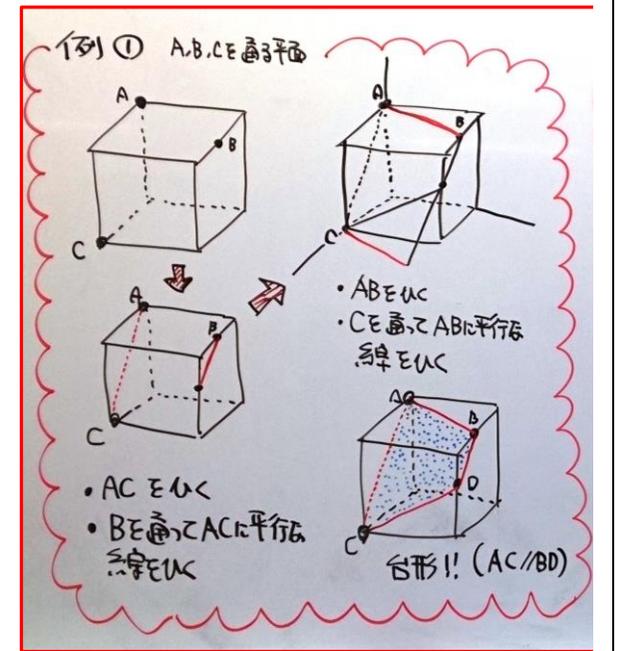
② 平行な2つの平面に、ある平面が交わる

平行な平面P, Qに、ある平面Rが交わるとき、PとRの交線と、QとRの交線は必ず平行になります。同じように考えて、2つの平行な直線があれば、必ず1つの平面が決まりますね。立体の切断で最もよく使う考え方ですので、ぜひ自分のものにしてくださいね。

③ 平面を広げる

板書写真に示すように、3つの辺を延長して、平面を広げて考えるとイメージしやすいですね。

では2つの例をあげておきますので参考にしてください。



立方体の展開図と切断については、家族の方に話してみると盛り上がるかもしれないよ

