発行年月日 2020年　1月29日（水）　第16号
発行者　盛岡中央高校附属中学校　数学科　下町壽男

すうがく大好きさ

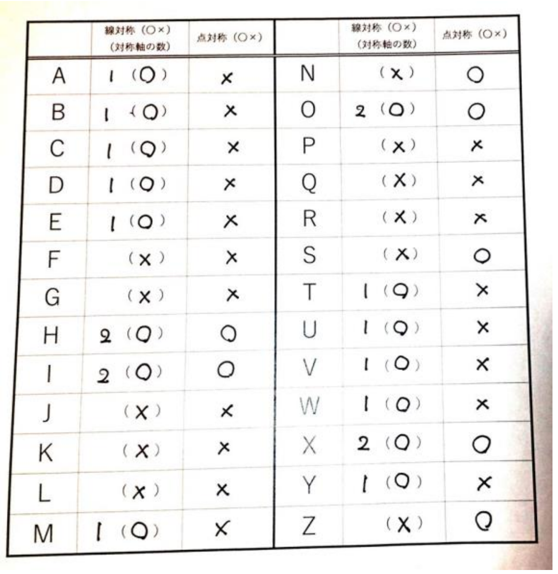
２０２０年度 16 号

体系数学「代数編」終了♥「幾何編」突入！

■ 線対称と点対称

冬休み前の最後の授業では「線対称・点対称」のまとめを行いました。授業の終わりにアルファベット 26 文字の線対称・点対称性について調べて表を作り、そこから何がわかるかという問いを立てました。

皆が作った表は次の写真の通りです。



	線対称（○×）（対称軸の数）	点対称（○×）		線対称（○×）（対称軸の数）	点対称（○×）
A	1（○）	×	N	（×）	○
B	1（○）	×	O	2（○）	○
C	1（○）	×	P	（×）	×
D	1（○）	×	Q	（×）	×
E	1（○）	×	R	（×）	×
F	（×）	×	S	（×）	○
G	（×）	×	T	1（○）	×
H	2（○）	○	U	1（○）	×
I	2（○）	○	V	1（○）	×
J	（×）	×	W	1（○）	×
K	（×）	×	X	2（○）	○
L	（×）	×	Y	1（○）	×
M	1（○）	×	Z	（×）	○

線対称のアルファベットはＡＢＣＤＥＨＩＭＯＴＵＶＷＸＹと 15 個もあるんですね。また、その中でＨＩＯＸは点対称でもありますね。

この表を見て、Ｋ君は「点対称でない図形が線対称である場合、対称軸は１本だけしかない」という予想を立てました。

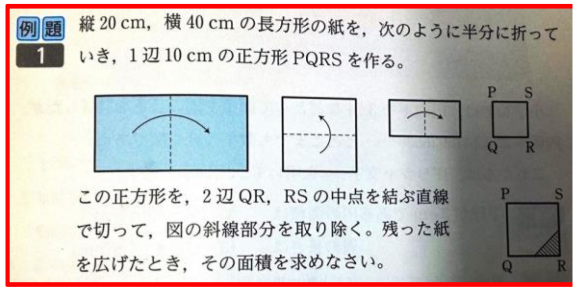
なかなか面白いですね。この表からいろんな問いが浮かびます。

例えば「線対称で対称軸が 2 本あれば点対称にもなるといえるか」これを発展させると「線対称の軸が 2 本以上なのに点対称にならない図形を作れ」という問題も作れそうです。

「直交する対称軸を持つ場合は必ず点対称になる」これは正しいでしょうか。更に正多角形と線対称の話につないでいくと、その先には大学で学ぶ方程式とガロア群というボスキャラが控えていますよ。

■ 線対称と図形の面積

次のような、線対称と図形の面積をからめた面白い問題が教科書にありました。

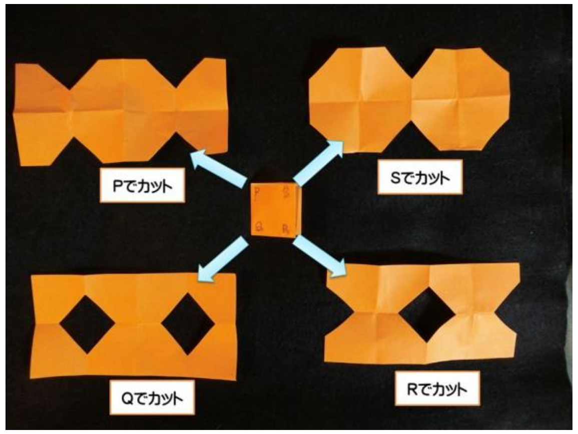


例題 1　縦 20 cm，横 40 cm の長方形の紙を，次のように半分に折っていき，1 辺 10 cm の正方形 PQRS を作る。

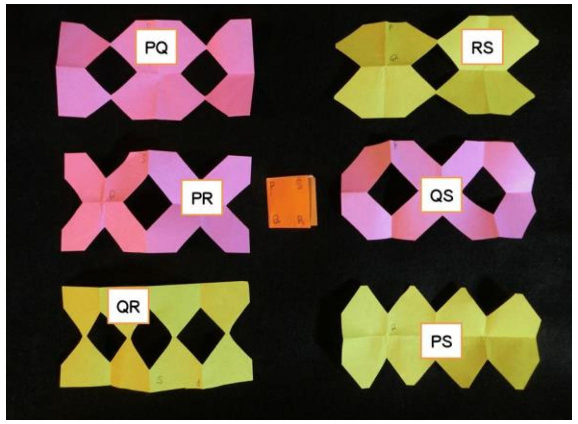
この正方形を，2 辺 QR，RS の中点を結ぶ直線で切って，図の斜線部分を取り除く。残った紙を広げたとき，その面積を求めなさい。

これは実際に手を動かして考えてみたいと思い、皆に折り紙を半分に切ったものを渡して実際に切ってもらいました。

上図において、切り取られる斜線部分の三角形の面積は、正方形の面積の 1/8 ですね。3 回折っているので、紙の厚さは 8 枚分あるので、斜線のような三角形は全部で 8 個切り取られるわけですから、全体の面積の 1/8 が切り取られるわけですね。つまり、切り取られる面積は 20×40÷8＝100　よって、残った面積は 800－100＝700 となりますね。すると、みんないろんなことを考え始めます。下写真は R ではなく、P や Q や S で切った場合の様子です。



下写真は、2 カ所で切った場合の様子です。



眺めてみるだけで面白いですね。

授業後にＡさんとＭさんが、抜き落ちたごく小さい正方形でツルを折ったよ！と見せてくれました。

これはスゴイ！と次の授業でそのことを紹介したら、何と出るわ出るわ、たくさんのマイクロツルが出現しました。

しもまっちのじいじ日記

仕事部屋の引き出しを見ていたら、ポリカーボネートミラーを何枚か見つけました。これは「線対称」の授業に使える！と思い立ちました。写真のような教具を作りました。「対称移動を楽しく見る鏡」です。反射によって正多角形ができる原理を理解するといえばカッコいいけれど、ま、ショートケーキをデコレーションケーキにして笑うための遊具ですね。私は子どもの頃、算数の授業は大嫌いでしたが、鏡の不思議さにハマって一人でアソんでいました。そのような経験によって数学に向かう目と心ができたかもしれません。私のようにハマってくれる生徒が出てくれればいいな。

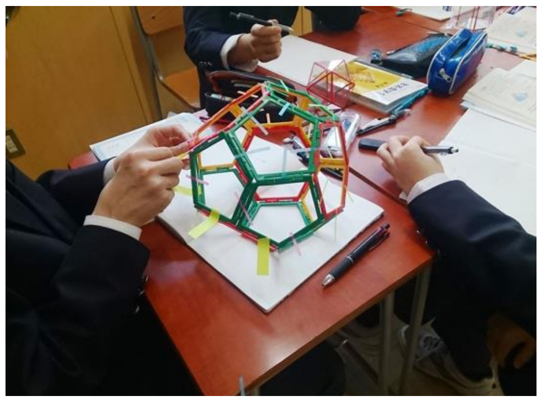
発行年月日 2020年　1月29日　第16号　　発行者　盛岡中央高校附属中学校　数学科　下町壽男

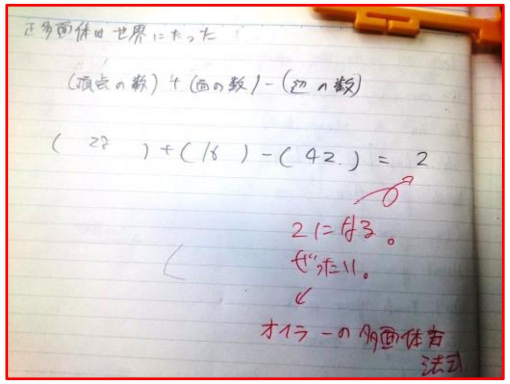
空間図形の導入

先週から空間図形に入りました。最初の時間は、まず空間図形を手に持って感じてみることから始めました。教室の真ん中に「クリエイティブセンター」（笑）という場所を設けて、そこに我が家から持ってきた大量のポリドロンなどの立体教材を置きます。

ペアで立体を作って、「見取り図と三面図（正面図・平面図・側面図）を描く」「頂点の数 v、辺の数 e、面の数fを数えて、v＋f－e（オイラー票数）の値を計算する」という課題を設定しました。

A 君はサッカーボール（C60 フラーレン）を作りました。このような図形では辺や頂点をもれなく数えるのは大変なのですが、付箋を貼るなどうまく工夫していましたね。

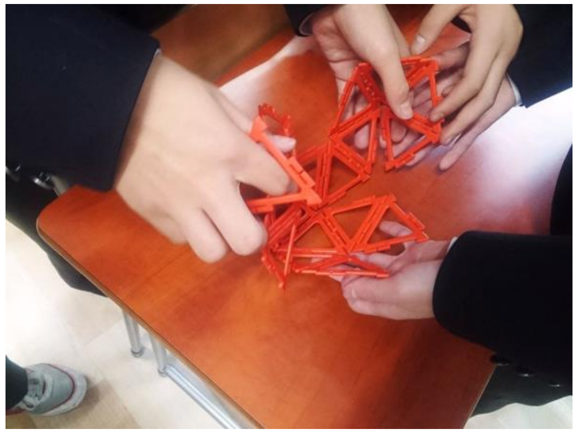


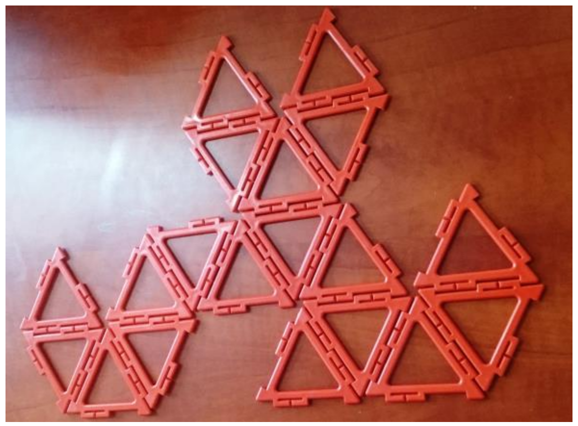


上のノートの写真のように、この図形で（頂点の数）＋（面の数）ー（辺の数）・・★の値を計算すると 2 になりました。

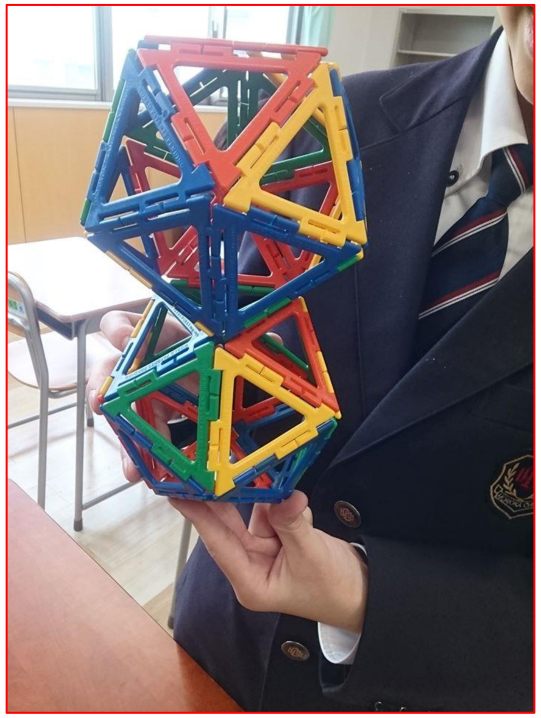
一般に、穴が開いていなくて、へこみのない多面体は必ず、★＝2　となります。

ポリドロンを使って正 20 面体の展開図を調べている生徒もいましたね。ポリドロン持ってきたかいがあります。





正 20 面体を何個も作ってそれを結合してもオイラー票数（★）が変化しないことを突きとめた人もいました。



つまり、上図においてそれぞれの正二十面体の★は 2 なので 2 つで 4 ですね。今これを 1 つの平面で結合すると、頂点と辺の数は 3 減り、平面は 2 減ります。すると、結合した立体において、★を計算すると

★＝4―3＋3―2＝2　となりますね。

高木先生の出前講座

先週の木曜日の数学の時間には、スペシャルゲストとして、岩手大学理工学部教授の高木浩一先生をお迎えして出前講座を行いました。自然現象と数学のつながり、エネルギーとは何かなどについて、様々な体験を通して楽しく理解できたのではないかと思います。実験して観察して考察することは科学的能力を育むための大切な活動ですね。

高木先生は、プラズマ研究の第一人者であるとともに、全国の子どもから大人までにサイエンスの楽しさを体験させる伝道師でもあります。ウルトラスーパー超絶多忙な中、本校のためにおいでくださりありがとうございました。講義が終わってからも先生の周りの生徒たちの輪はなかなかなくなりませんでしたね。