

あちがく大好きさ

2019年度13号



関数から関数へ

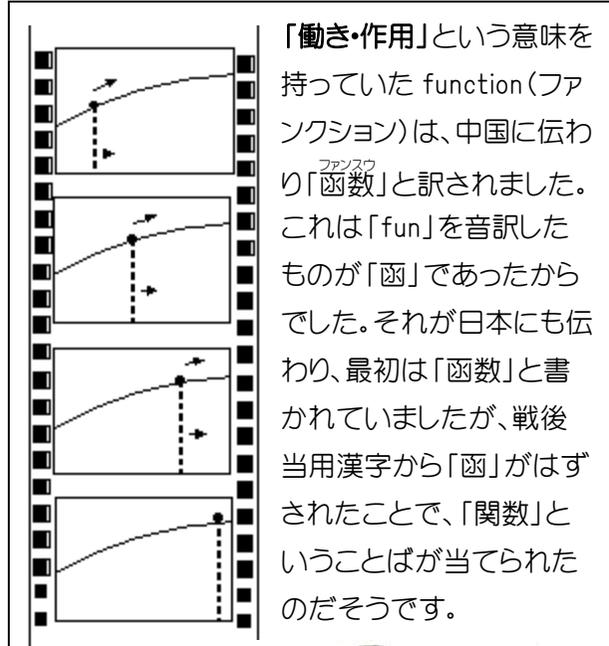
先週から一次関数の授業に入りました。最初の授業では、「関数」という言葉の由来についてのお話をしましたね。

関数という言葉は17世紀中盤、ライプニッツという数学者によって使われました。

彼の手記によると、曲線のグラフがあったとき、「曲線に従属して大きさの変わる線分」を「曲線において作用する」という意味で、*functio* と名付けたそうです。

（「数学用語と記号物語」／片野善一郎）

右側にイメージを描いてみました。曲線上を点が移動したとき、それともなって線分（点線）の長さが変化します。ポイントは「変数の変化にもなって、変動する関係」が関数であるということです。つまり、関数とは、「ともなって変わる2つの変数 x, y があつたとき、 x から y をただ一つ対応させる動き」ということになります。



「働き・作用」という意味を持っていた *function* (ファンクション) は、中国に伝わり「函数」と訳されました。これは「fun」を音訳したものが「函」であったからでした。それが日本にも伝わり、最初は「函数」と書かれていましたが、戦後当用漢字から「函」がはずされたことで、「関数」ということばが当てられたのだそうです。



9月26日、授業前のお昼休み時間に、スーパーでふわふわの蒸しパンを買ってきました。ところが、これをひと口食べたら、前歯の刺し歯がポロリととれ、しかもそれをパンと一緒に飲み込んでしまいました。大学時代に入れた歯なので、この瞬間40年もの長き付き合いに終止符が打たれました。まるで失恋した時のような(知らんけど)喪失感。歯が抜け、膝が痛み、血圧はあがり、心臓とかとか、それが今の私であります。でも、歯が抜けた後、マスクをして授業にいったら、みんなが「先生どうしたの?」と心配してくれ、ちょっと元気になりました。そして今、めでたく新しい歯が入りました! また頑張るぞ!

関数を学ぶ意義

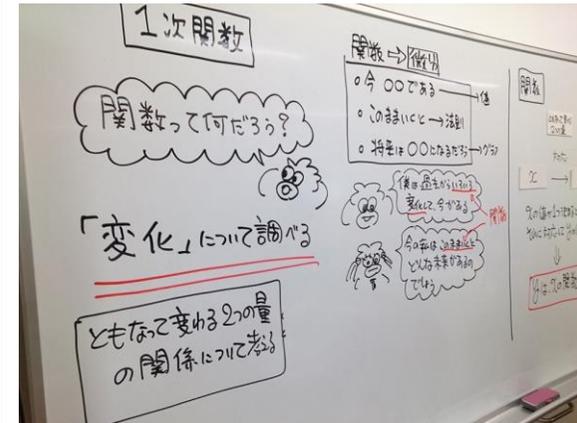
「自然は数学の言葉を使って書かれている」というガリオの有名な言葉がありますが、数学とは自然現象や社会現象を分析するための言語として大きな意味を持ちます。

これまで、数や式の計算といった、数学そのものの構造を中心に勉強してきたわけですが、関数の章からは、数学を使って様々な法則を理解したり、自然現象などを解明するための基礎を学ぶ画期的な場面を迎えます。

「関数」とは、一言でいうと「**変化を記述する言語**」ではないかと思います。

例えば、盛岡中央高校の卒業生である楽天イーグルスの銀次選手は、現在1100本のヒットを打っていて、今後1年間に150本打ち続けると仮定しましょう。もしその仮定がずっと成り立てば、6年後に彼は2000本打つだろうと予測できますね。

私たちが将来を予測するためには、「現在の状態」と「変化の規則」(関数)という数学の考え方を使っていることを押さえておきたいですね。



(6月26日の授業 板書の写真より)

1当たりの量が大切

先日の授業で、皆さんにこんな問いを投げかけました。

一箱10個入りで120円のチョコレートがあります。このチョコレートがバラ売りできるとしたとき、これを25個買うにはいくらか必要でしょうか。

もう一つ、こんな問題も出しましたね。

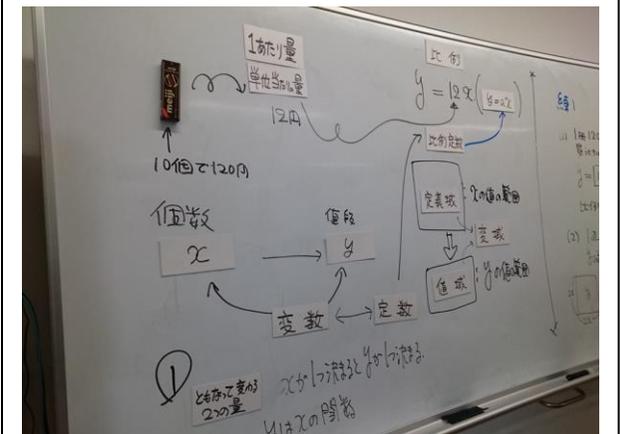
10個入り120円のチョコと、22個入りで286円のチョコではどちらを買いますか? (もちろんどちらも同じチョコです)

この問題を解くカギは「1個当たりの値段」を調べるということですね。

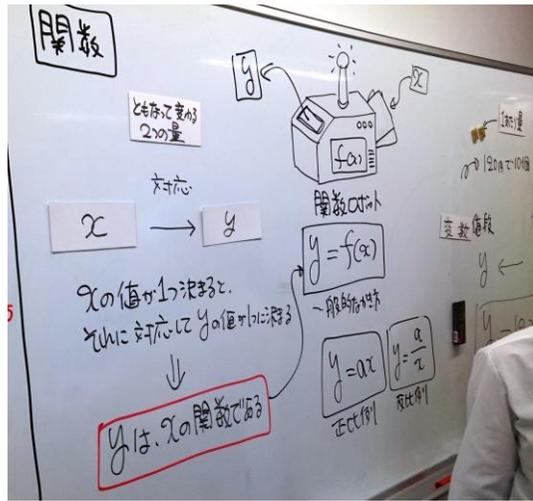
最初の問題では、1個当たりの値段が12円なので、25個買うと、 $12円 \times 25個 = 300円$ になります。また、次の問題では、22個入りのチョコの1個当たりの値段を調べると、13円なので、10個入りの方が得だとわかりますね。

このような、**個数と値段が比例する場合**、1当たりの量を「**比例定数**」といいます。

先日の授業の板書写真をあげておきますね。



関数についてのまとめ



上の写真は関数のまとめの板書です。いろいろな用語ができましたね。以下に整理しておきますね。

【関数とは】

ともなって変わる2つの変数 x, y に対して、 x の値が1つ決まると、それに対応して y の値がただ一つに決まるとき、 y は x の関数であるという。

【関数の表し方】

一般に関数は、function の頭文字をとって、 $y = f(x)$ と表す。

【比例を表す関数】

正比例を表す関数は $y = ax$ と表す。 a は比例定数であり、1当たりの量である。

【変数と定数】

x, y のような様々な値をとる文字を変数といい、 $y = 4x$ の4や、 $y = ax$ の a のような決まった値を表すものを定数という。

【定義域と値域】

x の取り得る範囲を定義域といい、それに伴って定まる y の範囲を値域という。

ロビー問題の解答

いつものロビーの数学コーナー、最近ではアリス先生の英語コーナーが加わり、いい雰囲気になっておりますね。

さて、先日の数学のロビー問題は、正方形の個数を数える問題を出題しました。



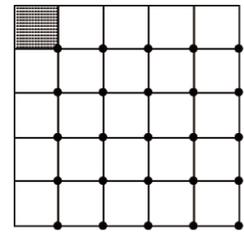
5×5の格子の中に潜む正方形は何個あるでしょうかという問題です。何と、その日の内に誰かが解答を寄せてくれました。

答えは、 $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$ というとてもきれいな結果になります。

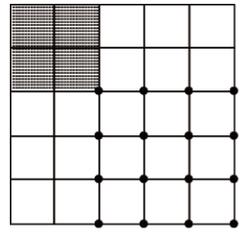
ではこの問題を解説しましょう。数え方のポイントは正方形の「右下頂点が動き回れる場所」(これを数学的な言葉を使うと「右下頂点の自由度」といいます)を考えるとということです。

例えば1辺1の正方形の個数は、右下頂点が動き得る場所を調べると、図の打点部分、つまり $5 \times 5 = 25$ 個ということがわかりますね。同様に、1辺が2の正方形の右下頂点の自由度は図のように考えて $4 \times 4 = 16$ ですね。以下、1辺が3、4、5の場合も同様です。図を見て、頭の中で正方形を動かして、納得してくださいね。

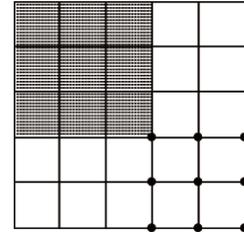
1×1 正方形 (5^2)



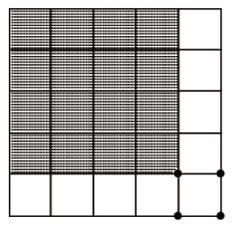
2×2 正方形 (4^2)



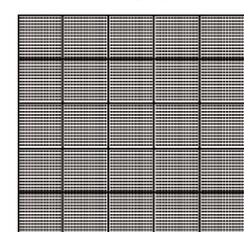
3×3 正方形 (3^2)



4×4 正方形 (2^2)



5×5 正方形 (1^2)

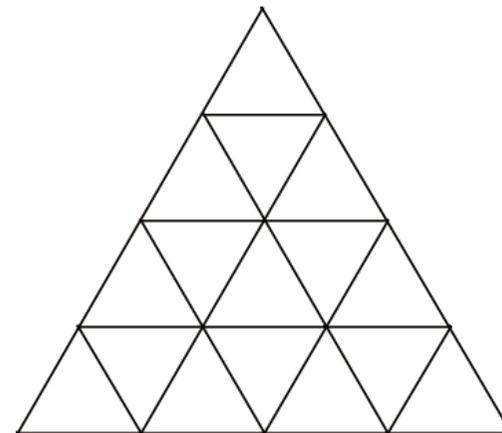


納得!



ではここで問題。下の図の中に正三角形は何個含まれているでしょうか。正方形の問題と考え方は同じですが、「逆三角形」も入っている所以要注意です。

では、積極的にチャレンジしてくださいね。



「緑表紙」をながめてみませんか

今、ロビーの丸テーブルの上に、「伝説の算数教科書」といわれる尋常小学校の教科書「緑表紙」を置いています。

緑表紙は、塩野直道という学者が中心に関わって作られた戦前の教科書で、それまでの「黒表紙」といわれる計算ドリル中心型から大きく変化した驚くべき内容の教科書です。日常の中にある数理の世界の面白さや奥深さをふんだんに感じることができます。

ぜひ一度手に取ってページをめくってみてくださいね!



緑表紙
あなどれん

